

2. MODELO ELÉCTRICO DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA

1 ANÁLISIS DE REDES MALLADAS

Los sistemas de potencia constituyen, en la inmensa mayoría de los casos, redes mallas, donde el camino entre dos puntos distintos no es nunca único. En Teoría de circuitos se analizan bien por el método de las mallas, donde las variables independientes son las corrientes de bucle, o bien por el método de los nudos, donde lo son las tensiones de nudo.

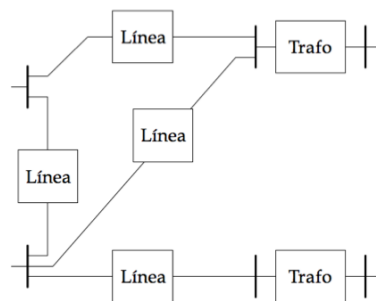


Fig. 1. Red mallada

En un sistema eléctrico que garantiza la estabilidad de la tensión en los puntos de suministro dentro de unos límites muy estrechos, el método de análisis preferido es el de los nudos, que proporciona inmediatamente esos valores de tensión en cada nudo de la red.

El método se aplica a redes de admitancias con fuentes de intensidad, por lo que es preciso obtener el equivalente del sistema basado en esos dipolos. La Teoría de circuitos también proporciona las transformaciones que pueden ser necesarias para obtener ese modelo equivalente del sistema en estudio.

1.1 Transformación de ramas con fuentes independientes

Cualquier red de impedancias con fuentes independientes, es decir, toda red en la que se combinen fuentes de tensión o intensidad con impedancias en serie o en paralelo, puede transformarse en una red equivalente de admitancias con fuentes de intensidad. Las transformaciones necesarias serán las siguientes:

1.1.1 Fuente de intensidad en serie con una impedancia

Una fuente de intensidad en serie con una impedancia equivale a una fuente de intensidad del mismo valor.

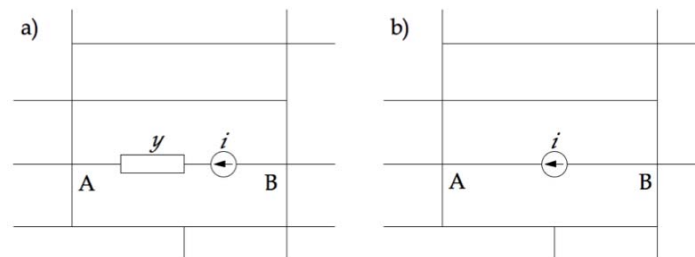


Fig. 2. Las redes a) y b) son equivalentes.

1.1.2 Eliminación de una fuente de intensidad

Si se observa la figura 3 b), la fuente de intensidad inyecta la intensidad i desde el nudo B al A . Esto mismo hace la solución de la figura 3 c), en la que se ha eliminado la fuente entre B y A , pero la misma intensidad i sale de B y entra en A por las fuentes de intensidad i (idénticas a la original) conectadas en paralelo con cada rama de cualquier conjunto de ellas que conecte B con A . Los otros nudos no quedan afectados, pues la intensidad que entra en cada uno sale de él. Así, una fuente de intensidad conectada entre dos nudos deviene en fuentes de intensidad en paralelo con sendas ramas y se obtiene otra red equivalente.

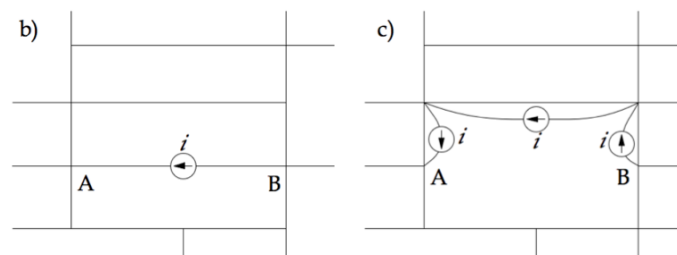


Fig. 3. La fuente de intensidad entre A y B ha sido sustituida por tres fuentes idénticas.

1.1.3 Fuente de tensión en paralelo con una impedancia

Una fuente de tensión en paralelo con una impedancia equivale a una fuente de tensión del mismo valor.

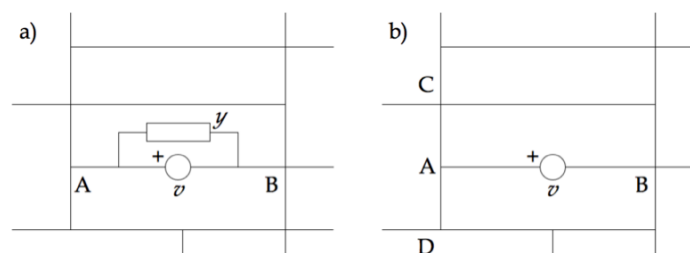


Fig. 4. Las ramas A - B en las figuras a) y b) son equivalentes.

1.1.4 Eliminación de una fuente de tensión

Si se observa la figura 5 b), la fuente de tensión aumenta en v los potenciales de C y D respecto a B , es decir, los potenciales de todos los nudos conectados directamente con A por ramas de la red. Esto mismo hace la solución adoptada en la figura 5 c), en la que se ha eliminado la fuente entre B y A , se han cortocircuitado estos nudos y se han añadido fuentes de tensión idénticas en serie con las ramas que confluyen en A .

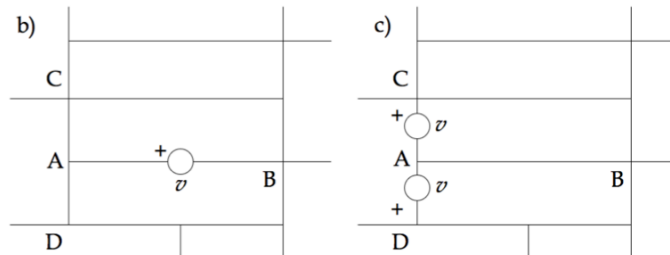


Fig. 5. La fuente de tensión entre A y B ha sido sustituida por dos fuentes idénticas.

Así pues, una fuente de tensión conectada entre dos nudos deviene en fuentes de tensión en serie con sendas ramas.

1.1.5 Fuente de tensión en serie con una impedancia

Una rama formada por una admitancia en serie con una fuente de tensión puede transformarse en su dipolo equivalente de Norton, formado por la misma admitancia en paralelo con una fuente de intensidad.

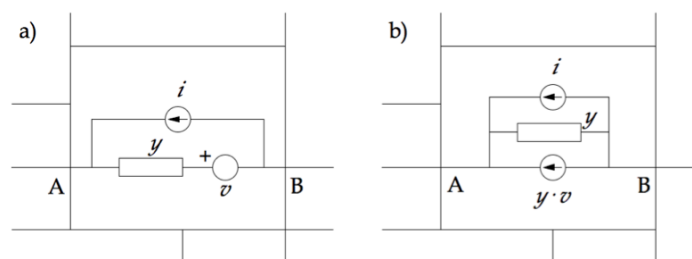


Fig. 6. Transformación de una fuente de tensión en serie con una impedancia en su equivalente de Norton.

1.1.6 Fuentes de tensión e intensidad en paralelo

La combinación de una fuente de tensión en paralelo con una fuente de intensidad puede transformarse con las equivalencias ya vistas. En la figura 7 se muestra una sucesión de dipolos equivalentes que parte de este supuesto y conduce a otro formado por una fuente de intensidad en paralelo con una impedancia.

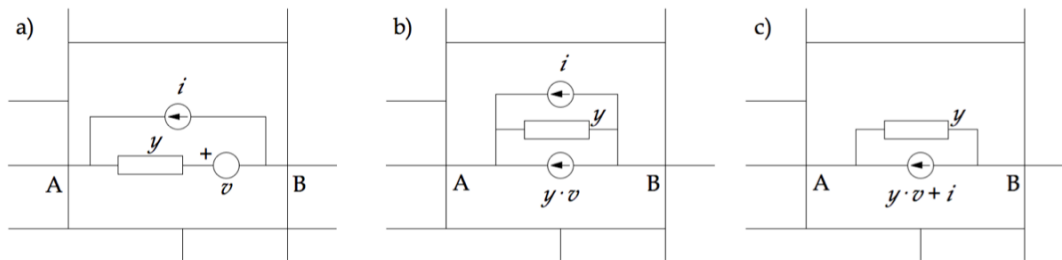


Fig. 7. Los tres dipolos A B de las figuras a) b) y c) son equivalentes.

1.1.7 Fuentes de tensión e intensidad en serie

Aquí se muestra la transformación de una fuente de tensión en serie con otra de intensidad y una impedancia en paralelo, en una fuente de intensidad en paralelo con la misma impedancia.

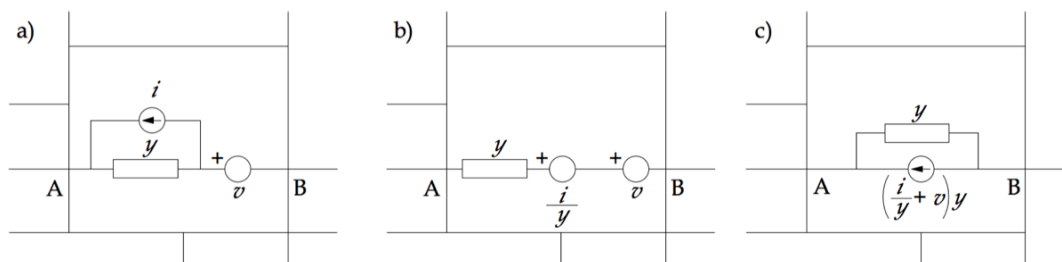


Fig. 8. Los tres dipolos A B de las figuras a) b) y c) son equivalentes.

1.2 Fuentes de intensidad con un terminal común y referencia de potenciales

La sección anterior muestra cómo siempre es posible transformar cualquier red de impedancias con fuentes en otra equivalente con admitancias y fuentes de intensidad, para poder analizarla por el método de los nudos.

Sin embargo, es habitual en los modelos de sistemas que todas esas fuentes de intensidad tengan un terminal común, y que éste sea, además, el que se tome de referencia de potenciales. Para adecuar los modelos a este requisito puede ser necesario efectuar las siguientes transformaciones:

- Si la red tiene una fuente de tensión conectada entre dos nudos, ninguno de los cuales es el de referencia ⁽²⁾, se transforma en fuente de intensidad como se ha visto en la sección 1.1.5.
- Cuando todas las fuentes sean de intensidad, se actúa como indica la figura 9. Allí la fuente de intensidad i_3 ya cumple la condición pedida, pero no ocurre así con la fuente de intensidad i_{12} . Como esta fuente inyecta la intensidad i en el nu-

² El caso en que una fuente de tensión se conecte entre un nudo y el de referencia se considera más adelante.

do 1 y $-i$ en el nudo 2, puede ser sustituida por las dos fuentes de intensidad de la figura 9 b), que sí cumplen las condiciones requeridas y son equivalentes a la fuente eliminada.

Las nuevas fuentes no inyectan ninguna intensidad en el nudo común denotado por el símbolo de tierra porque $i_1 + i_2 = i_1 + (-i_1) = 0$ con lo cual la red b) es equivalente a la red a).

- Si entre la referencia de potenciales y un nudo k se conectan varias fuentes de intensidad independientes, todas ellas equivalen a una sola fuente de intensidad independiente de valor la suma de las intensidades de las fuentes independientes que confluyen en el nudo k .

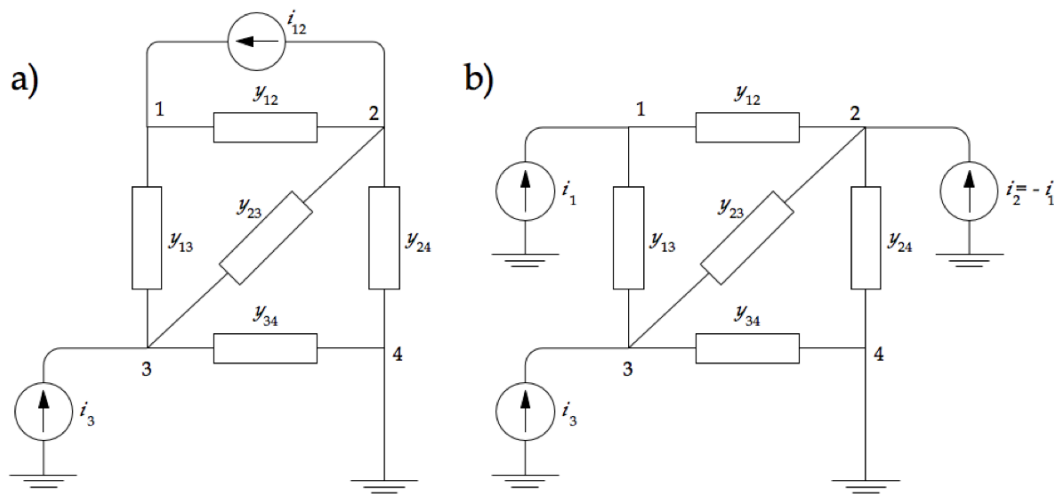


Fig. 9. Transformación de fuentes para que uno de sus terminales sea el nudo de referencia de potenciales.

En consecuencia, siempre es posible conseguir una red equivalente a una dada cuyas fuentes estén en paralelo con ramas de impedancias, que sean solo fuentes de intensidad, y que tengan un terminal común coincidente con el nudo de referencia.

Este es el modelo que se prefiere para analizar los sistemas eléctricos de potencia. Y al involucrar mayoritariamente fuentes de intensidad y admitancias en paralelo, se utiliza con ventaja el método de los nudos sobre el de las mallas.

1.3 Fuentes de tensión

Aunque el modelo anterior está basado únicamente en fuentes de intensidad, es posible introducir fuentes de tensión, también con un terminal común al del resto de las fuentes. Así, una fuente de tensión independiente conectada a un determinado nudo k es realmente una fuente conectada entre el nudo k y el de referencia. Por tanto, el potencial del nudo k es el valor de esa fuente de tensión.

Todas las fuentes que se conecten entre el nudo k y el de referencia deben tener la misma tensión, pues todas están en paralelo. El conjunto de todas ellas equivale a una sola fuen-

te de tensión de ese valor, que es el potencial del nudo k .

Así pues, conectar una fuente de tensión independiente entre un nudo k y el nudo que es referencia de potenciales elimina el potencial de ese nudo como incógnita, pues el potencial de ese nudo es el valor de la fuente de tensión independiente conectada a él, pero introduce como incógnita la intensidad de la fuente de tensión.

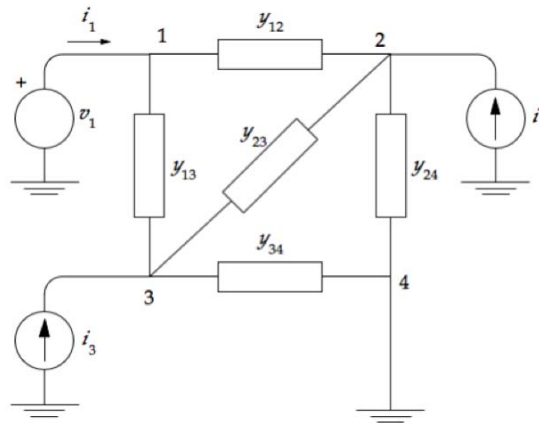


Fig. 10. Red de impedancias y fuentes independientes con un terminal común.

1.4 Solución de la red

Aunque el planteamiento completo de la solución de la red se aborda en la sección 2, del tema 3, *Método de resolución de problemas de flujo de cargas*, pp. 77 ss, se pueden anticipar aquí los fundamentos del procedimiento que allí se seguirá.

En la figura 10 se ha mostrado un modelo muy simplificado pero típico para el análisis de sistemas eléctricos de potencia. Se trata de:

- Una red de impedancias (se indican las admitancias de las ramas y).
- Todas las fuentes tienen todas un terminal común, que está denotado por el símbolo de tierra, y que es el terminal de referencia.
- Predominan las fuentes de intensidad, siendo usual dejar una fuente de tensión que por costumbre se considera conectada al nudo 1.

La ecuación que proporciona las soluciones de la red de la figura 10, obtenida por el método de los nudos, es ⁽³⁾

$$\begin{bmatrix} y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} + y_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

En esa ecuación v_1 es conocida, pues es la tensión de la fuente de tensión independiente,

³ La obtención de la ecuación matricial de la red se recuerda más adelante en la sección 2.3, p. 78.

pero no lo es i_1 que es la intensidad hacia el nudo 1 de esa fuente de tensión. Tampoco se conocen las tensiones v_2 ni v_3 . Y dependiendo de la definición de las fuentes de los demás nudos, pueden conocerse o no las intensidades i_2 e i_3 . Todos esos valores desconocidos se obtienen al resolver la ecuación de la red, que al ser una red de Kirchhoff proporciona un sistema compatible y determinado con solución única.

2 REDES DE SECUENCIA Y ESQUEMA UNIFILAR

El modelo de red mallada descrito en la sección 1.4 es monofásico, mientras que los sistemas eléctricos de potencia son habitualmente trifásicos.

En condiciones de tensiones e intensidades perfectamente equilibradas, los sistemas trifásicos pueden analizarse mediante un modelo monofásico, pues las tensiones e intensidades calculadas serían las simples, válidas para cualquier fase, y las relaciones con las tensiones compuestas son las tradicionales $U = V\sqrt{3}$.

Sin embargo, el equilibrio perfecto es una condición particular que pocas veces se alcanza en los sistemas de potencia, y no es una hipótesis adecuada de cálculo en condiciones extraordinarias de la red, como en el caso de cortocircuitos. Por ello se puede adoptar un método más general, basado en las componentes simétricas.

2.1 Componentes simétricas

El método de análisis de sistemas trifásicos, equilibrados o no, basado en las componentes simétricas, permite sustituir el sistema de tensiones o intensidades original por la suma de tres sistemas de tensiones o intensidades equilibradas denominados:

- a) Sistema directo o de secuencia positiva (subíndice d ó 1)
- b) Sistema inverso o de secuencia negativa (subíndice i ó 2)
- c) Sistema homopolar o de secuencia cero (subíndice h ó 0).

Su fundamento se encuentra en el teorema de FORTESCUE o STOKVIS ⁽⁴⁾ según el cual todo sistema trifásico de tensiones V_1, V_2 y V_3 equivale a la suma de los tres sistemas equilibrados directo (V_{1d}, V_{2d}, V_{3d}), inverso (V_{1i}, V_{2i}, V_{3i}) y homopolar (V_{1h}, V_{2h}, V_{3h}) así:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{1d} + V_{1i} + V_{1h} \\ V_2 &= V_{2d} + V_{2i} + V_{2h} \\ V_3 &= V_{3d} + V_{3i} + V_{3h} \end{aligned}$$

Si se tratara de intensidades se tendría lo mismo, sustituyendo V por I :

⁴ QUINTELA, F. R. y REDONDO R.C., *Redes eléctricas de Kirchhoff*, 2ª ed, 1995, p. 597.



$$\begin{aligned}I_1 &= I_{1d} + I_{1i} + I_{1h} \\I_2 &= I_{2d} + I_{2i} + I_{2h} \\I_3 &= I_{3d} + I_{3i} + I_{3h}\end{aligned}$$

2.2 Impedancias para los distintos sistemas

Las impedancias de las ramas de la red pueden tener el mismo valor para cualquiera de los tres sistemas directo, inverso y homopolar, llamándose entonces impedancias *indiferentes*. Así ocurre en cargas puramente resistivas, o en capacitancias o en inductancias sin acoplamiento magnético. Pero son distintas en generadores, transformadores, motores, líneas de transporte y distribución, y bobinas acopladas magnéticamente.

También pueden ser iguales para cada fase, constituyendo un sistema *equilibrado* de impedancias, aunque puede ocurrir que no lo sean.

Una descripción adecuada de los sistemas eléctricos de potencia, en condiciones de funcionamiento normal, suele incluir impedancias que son *no indiferentes*, porque no coinciden sus valores para los tres sistemas directo, inverso y homopolar, pero que son *equilibradas*, porque son iguales para las tres fases.

Cuando son *equilibradas*, los resultados que se obtienen para los tres sistemas de cada fase son idénticos a los que se obtendrían para los sistemas de las otras dos. Por ello se omiten estos últimos, y solo se consideran los tres sistemas de una fase cualquiera, que coinciden en todo con los de las otras dos. Pero al ser las impedancias *no indiferentes*, generalmente hará falta representar los tres sistemas de la fase estudiada: directo, inverso y homopolar.

2.3 Redes de secuencia

Teniendo en cuenta los límites vistos en la sección anterior, un circuito trifásico de impedancias equilibradas puede analizarse por medio de tres circuitos monofásicos que incluyan las impedancias del sistema directo, del inverso y del homopolar, respectivamente.

A estos circuitos se les llama, respectivamente también, *red de secuencia directa equivalente*, *red de secuencia inversa equivalente*, y *red de secuencia homopolar equivalente*. En general constituyen las redes de secuencia equivalentes a un circuito dado, o más sencillamente, redes de secuencia.

Las redes de secuencia son monofásicas. Se obtienen a partir del circuito original trifásico tomando un punto de referencia de potenciales, y procurando que las fuentes tengan un terminal directamente conectado a ese punto de referencia, que era una de las condiciones de los modelos de sistemas de potencia (véase la sección 1.4):

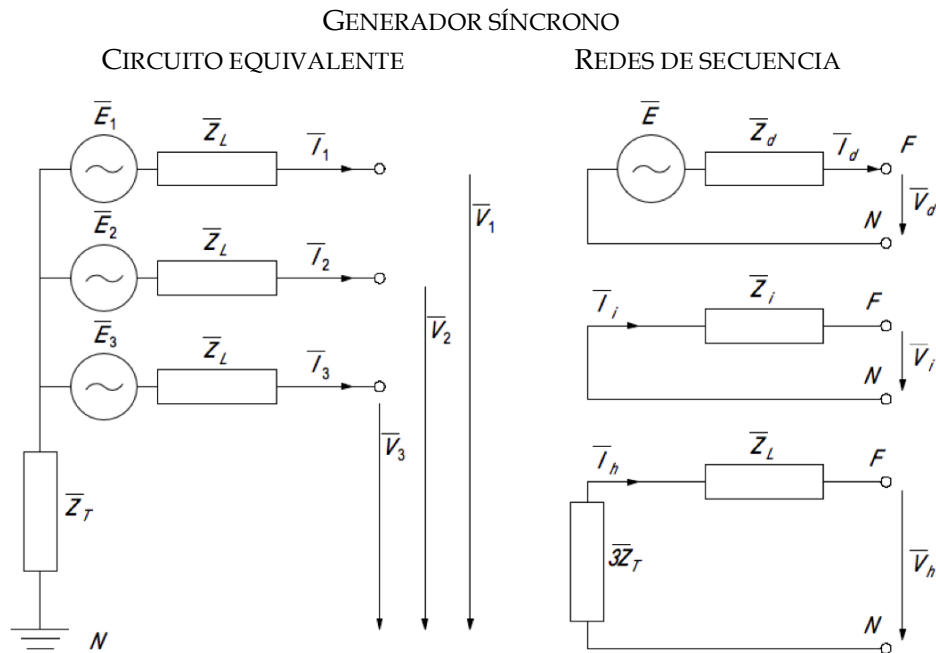
- En general ese punto suele coincidir con el punto neutro del sistema trifásico, y éste puede existir realmente, si hay elementos trifásicos de impedancias equilibradas conectadas en estrella, o ser virtual, como en el caso de tripolos en triángulo.
- En el caso de sistemas eléctricos con neutro puesto a tierra, ese punto de referencia es también tierra.

Una vez resueltas las redes de secuencia equivalentes, las tensiones e intensidades del circuito trifásico se obtienen a partir de ellas mediante la expresión del teorema de FORTESCUE / STOKVIS anterior.

Por último, es posible considerar en el análisis las tensiones compuestas (entre fase y fase) en lugar de las tensiones simples (entre el punto de referencia y cada fase), pues si se mantiene el sistema trifásico de tensiones equilibradas, la relación entre unas y otras es simplemente raíz de tres $\sqrt{3}$. Esto es frecuente encontrarlo en la bibliografía de esta manera: simplificaciones de sistemas eléctricos basadas en redes de secuencia pero con fuentes de tensión cuyo valor no es la tensión simple del sistema sino la compuesta.

A continuación se ofrece un resumen de dichas redes de secuencia para los circuitos simples habituales en el análisis de sistemas de potencia. El punto de referencia de potenciales se indica como N o como T ; el punto al potencial de fase es F :

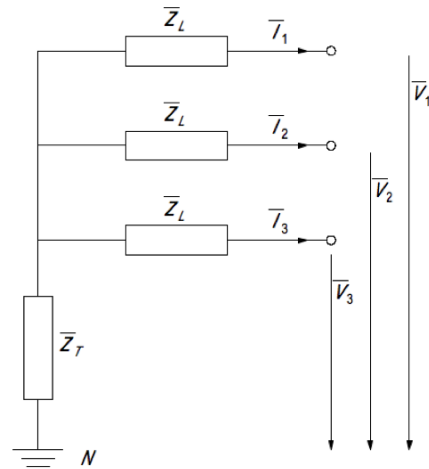
Fig. 11. Redes de secuencia de componentes comunes de sistemas eléctricos de potencia.



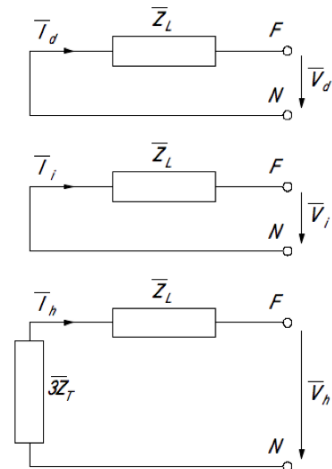


CARGA PASIVA EN ESTRELLA CON NEUTRO A TIERRA

CIRCUITO EQUIVALENTE

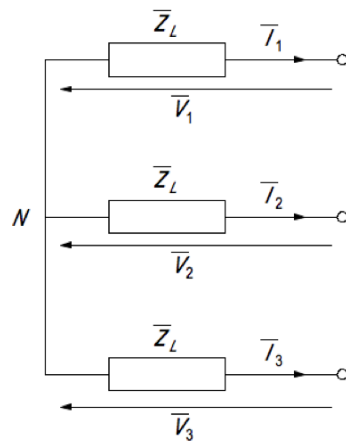


REDES DE SECUENCIA

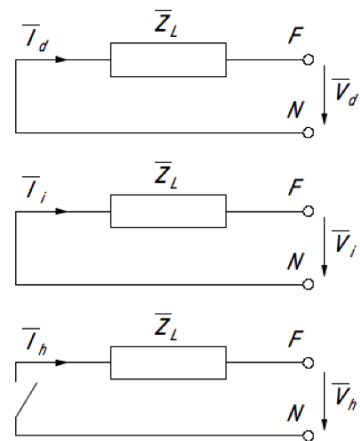


CARGA PASIVA EN ESTRELLA CON NEUTRO AISLADO

CIRCUITO EQUIVALENTE

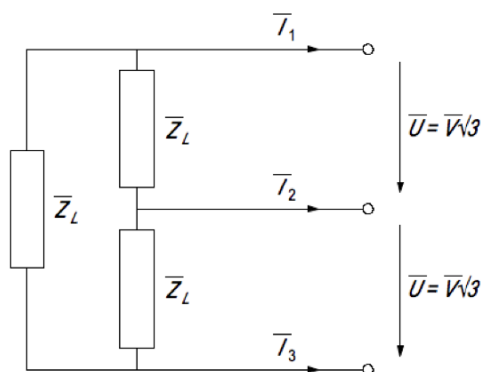


REDES DE SECUENCIA

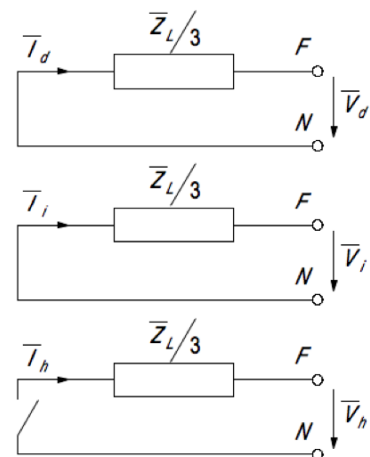


CARGA PASIVA EN TRIÁNGULO

CIRCUITO EQUIVALENTE

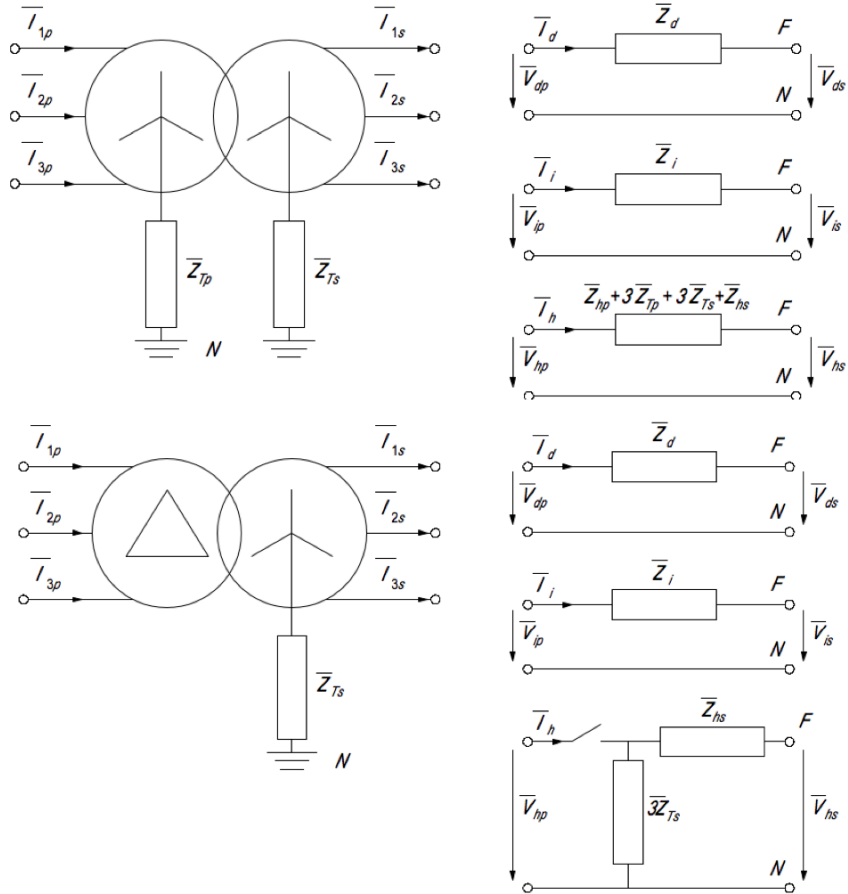


REDES DE SECUENCIA



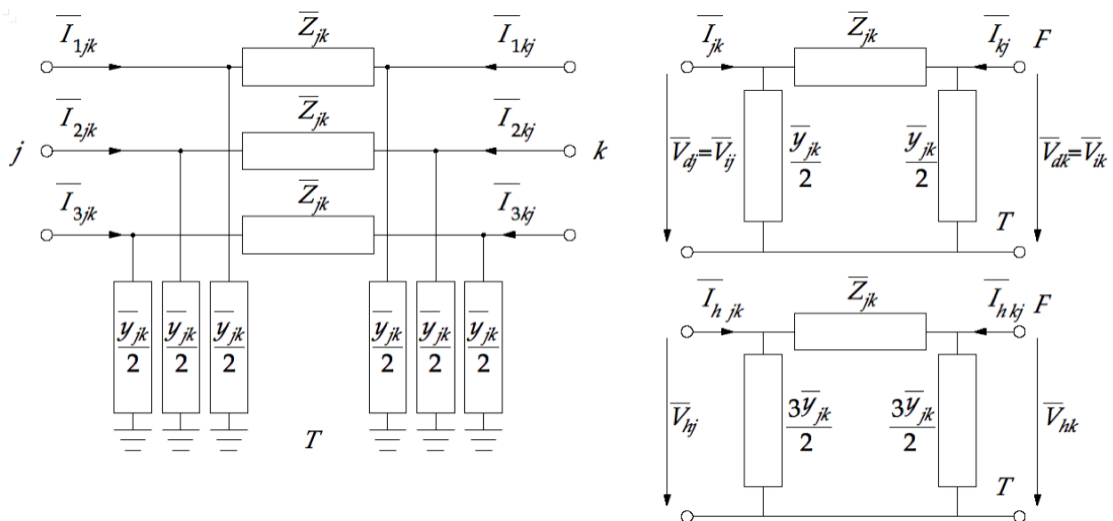
TRANSFORMADORES (SIN DESFASE ENTRE DEVANADOS)

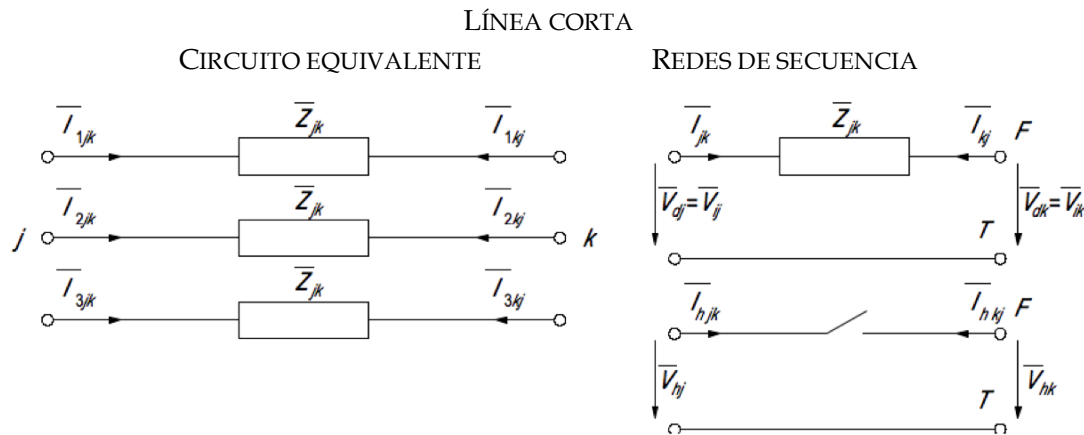
CIRCUITO EQUIVALENTE REDES DE SECUENCIA (SIMPLIFICADAS)



LÍNEA LARGA

CIRCUITO EQUIVALENTE REDES DE SECUENCIA





2.4 Diagrama de redes de secuencia

Cuando las redes funcionan sometidas a un sistema de tensiones equilibradas, las componentes inversas y homopolares de dichas tensiones valen cero, y cuando las impedancias de las redes son también equilibradas, las componentes inversas y homopolares de las intensidades resultantes también valen cero. Como estas condiciones son las habituales en el funcionamiento estacionario de los grandes sistemas de potencia, lo habitual es estudiarlos a partir de las componentes directas únicamente, que son las representadas en las redes de secuencia directa.

Por ello, los sistemas eléctricos de potencia se estudian, en ausencia de perturbaciones o fallos, utilizando únicamente su modelo de red de secuencia directa. Y es frecuente que las tensiones de los nudos en estos modelos sean las tensiones compuestas del sistema, no las simples.

En cambio, para el análisis de sistemas frente a desequilibrios entre las impedancias de fase (estudio de ciertos cortocircuitos o de los fallos a tierra), o cuando las tensiones se desequilibran (pérdida de una o dos fases por avería), se acude además a las redes de secuencia inversa y de secuencia homopolar, y las tensiones de las fuentes son las tensiones simples del sistema a estudiar.

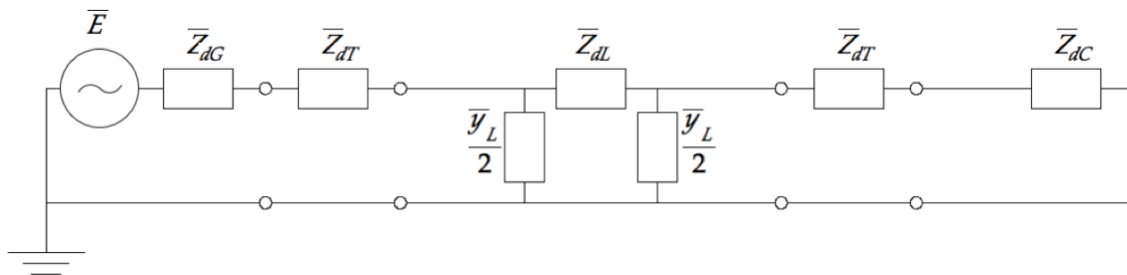


Fig. 12. Ejemplo de representación de un sistema sencillo utilizando las redes de secuencia directa equivalentes de cada elemento.

En todos los casos el modelo se analiza mediante el método de los nudos, aplicado a la red equivalente de fuentes con un terminal común como ya se ha explicado.

2.5 Esquema unifilar

Al pasar de la representación de los elementos de un sistema eléctrico por medio de sus circuitos equivalentes, a la representación mediante sus redes de secuencia, la simplificación es notable. Sin embargo, cuando el sistema se complica, este método de representación deja de ser tan conveniente.

Por ejemplo, el mismo caso anterior, ampliado en una línea, un transformador y una carga más, resulta ya complejo de visualizar:

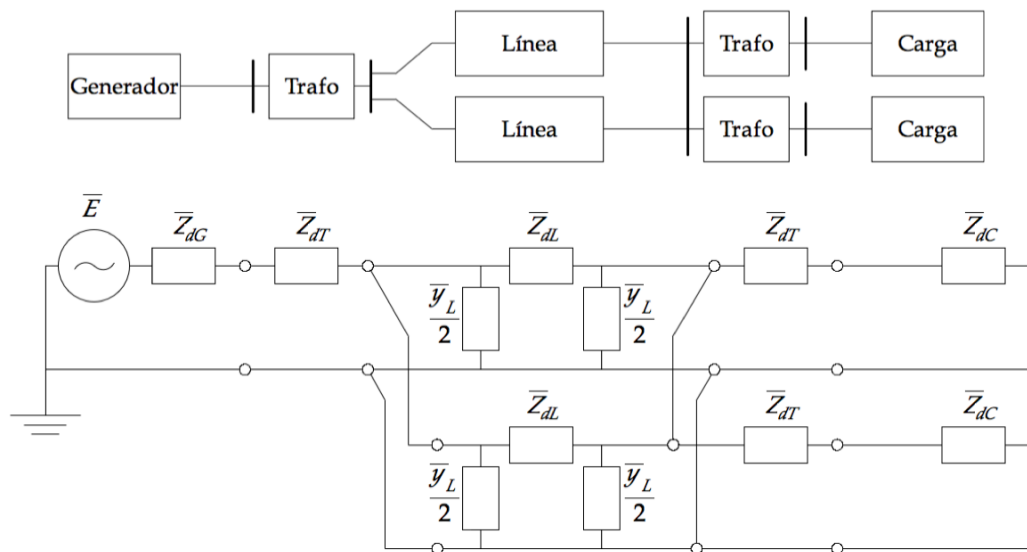


Fig. 13. Representación del sistema anterior ampliado, utilizando también las redes de secuencia directa.

Por ello se prefiere la representación unifilar, que es similar al diagrama de bloques de la figura anterior, pero sustituyendo los nombres de los elementos por sus símbolos adecuados. Así, el diagrama de bloques de la figura siguiente, se transforma en un diagrama unifilar muy fácil de interpretar.

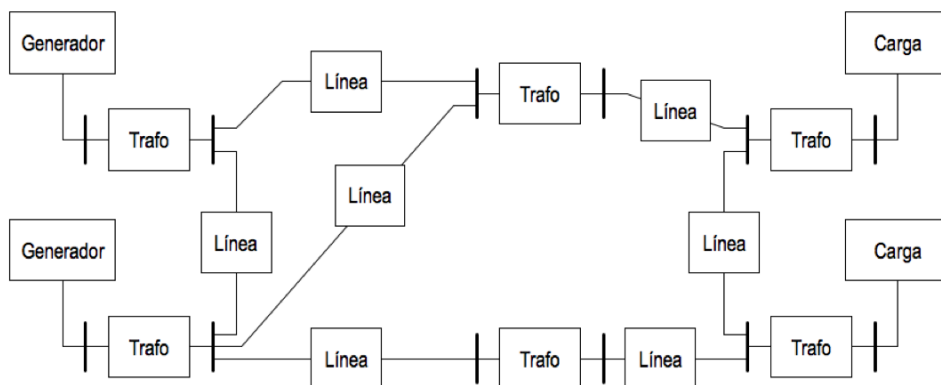


Fig. 14. Diagrama de bloques de un sencillo sistema de potencia

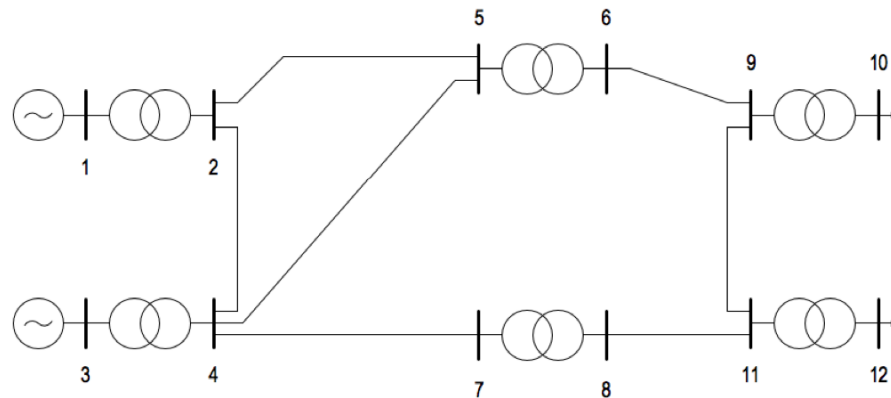


Fig. 15. Esquema unifilar correspondiente.

Para el cálculo de tensiones e intensidades es preciso, sin embargo, considerar las impedancias y fuentes de las redes de secuencia, que se pueden anotar en el diagrama unifilar o indicar aparte.

3 REDES DE DOS PUERTAS Y PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN

3.1 Redes de dos puertas

La Teoría de Circuitos define *puerta* como cada conjunto de terminales de un multipolo cuya suma de intensidades es idénticamente nula (⁵). El objeto de la figura 16, que consta de cuatro terminales, es una puerta porque cumple esa condición.

Pero como los dos terminales de la izquierda también la cumplen, ellos dos son igualmente una puerta. Lógicamente, si los dos terminales de la izquierda (lado 1) son una puerta, necesariamente los dos de la derecha (lado 2) también lo son. Por ello se habla, en casos de cuadripolos como el de la figura, de *red de dos puertas*.

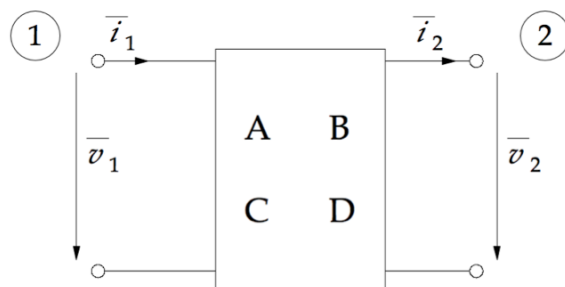


Fig. 16. Red de dos puertas, con dos terminales por puerta, habitual en la representación de componentes de sistemas eléctricos de potencia.

Muchos aparatos e instalaciones eléctricas se describen como redes de dos puertas, aunque en cada una de ellas pueden tener cualquier número de terminales. Así, por ejemplo, un transformador trifásico ΔY con neutro accesible es una red de dos puertas con tres terminales en el lado Δ y cuatro terminales en el lado Y . O una línea trifásica de tres

⁵ Esta sección está extraída del capítulo 12 del libro F. R. QUINTELA Y R.C. REDONDO, *Redes eléctricas de Kirchhoff*, 2ª ed, Salamanca 2005. Conviene que el alumno lo repase antes de continuar la lectura de estas páginas.

hilos es una red de dos puertas con tres terminales a cada lado.

Generalmente los terminales situados a la izquierda constituyen la puerta de *entrada*, y los situados a la derecha la puerta de *salida*. Las tensiones e intensidades a la entrada y a la salida se llaman variables de la red de dos puertas. Cada uno de los conjuntos de valores $\{v_1, v_2, i_1, i_2\}$ se llama solución de la red de dos puertas.

3.2 Parámetros de transmisión y matriz de admitancias

Para expresar la relación entre las tensiones y las intensidades $\{v_1, v_2, i_1, i_2\}$ de una red de dos puertas se utilizan los llamados parámetros de transmisión. Fijando como positivos los sentidos de las tensiones e intensidades de la fig. 16 existen unos parámetros $\{A, B, C, D\}$ tales que

$$\begin{cases} v_1 = A v_2 + B i_2 \\ i_1 = C v_2 + D i_2 \end{cases}; \quad \text{o bien} \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Se llama *matriz de parámetros de transmisión directa* a la matriz

$$a = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

Si la red se describe por medio de las ecuaciones que son propias del método de los nudos, según el criterio de que la suma de las intensidades que salen de cada nudo es cero, se puede poner también que

$$\begin{cases} i_1 = Y_{11} v_1 + Y_{12} v_2 \\ -i_2 = Y_{21} v_1 + Y_{22} v_2 \end{cases}; \quad \text{o bien} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Así se obtiene otra matriz de parámetros cuyo nombre es *matriz de admitancias* de la red de dos puertas:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

La equivalencia entre los coeficientes de ambas matrices es esta:

$$\begin{cases} Y_{11} = \frac{D}{B} & Y_{12} = \frac{-\Delta_a}{B} \\ Y_{21} = \frac{-1}{B} & Y_{22} = \frac{A}{B} \end{cases}$$

La comprobación es sencilla. Si se supone que $v_2 = 0$, de (1) y (2) se obtiene que

$$\begin{cases} v_1 = B i_2 \\ i_1 = D i_2 \\ i_1 = Y_{11} v_1 \\ -i_2 = Y_{21} v_1 \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{i_2}{v_1} = \frac{1}{B}; & Y_{21} = \frac{-i_2}{v_1} = \frac{-1}{B} \\ D i_2 = Y_{11} v_1; & Y_{11} = D \frac{i_2}{v_1} = \frac{D}{B} \end{cases}$$

y si ahora se hace $v_1 = 0$, de (1) y (2) se deduce que

$$\begin{cases} 0 = A v_2 + B i_2 \\ i_1 = C v_2 + D i_2 \\ i_1 = Y_{12} v_2 \\ -i_2 = Y_{22} v_2 \end{cases} \quad \begin{cases} -B i_2 = A v_2; \quad \frac{-i_2}{v_2} = \frac{A}{B} \\ Y_{22} = \frac{-i_2}{v_2} = \frac{A}{B} \end{cases}$$

$$Y_{12} = \frac{i_1}{v_2}; \quad \frac{i_1}{v_2} = C + D \frac{i_2}{v_2} = C + D \frac{-A}{B} = \frac{BC - AD}{B}; \quad Y_{12} = \frac{-\Delta_a}{B}$$

Se deja como ejercicio comprobar que la transformación inversa es

$$\begin{cases} A = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & B = \frac{-1}{Y_{21}} \\ C = \frac{-\Delta_Y}{Y_{21}} & D = \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{cases}$$

Como veremos, mediante la caracterización de los componentes de los sistemas de potencia como redes de dos puertas se facilitan los cálculos de tensiones e intensidades a lo largo de las ramas del sistema.

3.3 Conexiones de dos redes de dos puertas entre sí

Dos redes de dos puertas pueden conectarse entre sí de cuatro maneras diferentes: en serie, en paralelo, en serie-paralelo y en cascada ⁽⁶⁾.

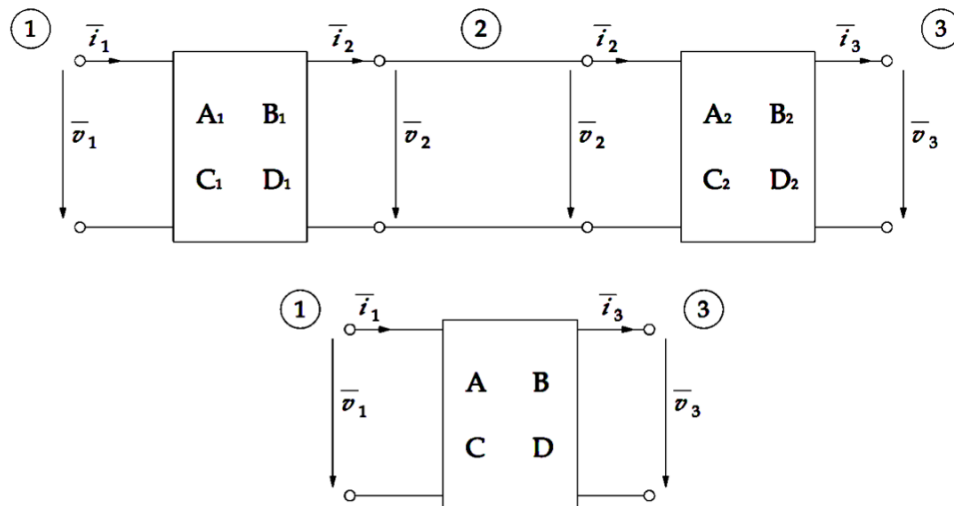


Fig. 17. Dos redes de dos puertas en cascada y red de dos puertas equivalente.

En sistemas eléctricos de potencia es habitual trabajar con modelos de circuitos com-

⁶ De nuevo se remite al alumno al capítulo 12 del libro F. R. QUINTELA Y R. C. REDONDO, *Redes eléctricas de Kirchhoff*, 2ª ed, Salamanca 2005, pp. 485 ss.

puestos por asociaciones de dos o más redes de dos puertas en cascada. Se demuestra que si uno de dos componentes conectados en cascada funciona como red de dos puertas, el otro también. En esas condiciones el cuadripolo resultante también es una red de dos puertas.

En cuanto a las matrices de parámetros de transmisión directa, la matriz de parámetros de la red resultante es el producto de las matrices de transmisión directa de las redes conectadas en cascada.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_3 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

3.4 Líneas como redes de dos puertas

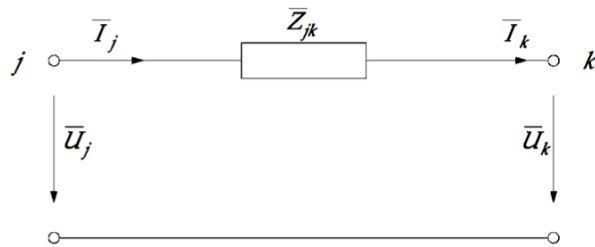


Fig. 18. Línea corta como red de dos puertas.

Los parámetros de transmisión del cuadripolo correspondiente a la red de secuencia directa de una línea corta se obtienen por simple inspección del circuito:

$$\begin{cases} \bar{U}_j = \bar{U}_k + \bar{Z}_{jk} \bar{I}_k \\ \bar{I}_j = \bar{I}_k \end{cases}$$

Para el modelo de línea larga:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z}_{jk} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

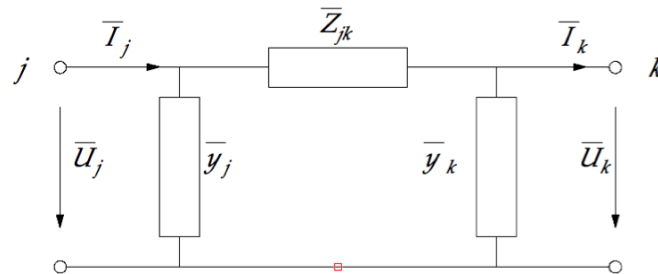


Fig. 19. Línea larga como red de dos puertas.

```
Simplify[
Solve[{ -ij + yj uj + (uj - uk)/z == 0, (uk - uj)/z + yk uk + ik == 0 },
{uj, ij}]]
{{uj -> uk + ik z + uk yk z,
  ij -> ik + ik yj z + uk (yj + yk + yj yk z)}}
```

$$\begin{cases} \bar{U}_j = (1 + \bar{y}_k \bar{Z}_{jk}) \bar{U}_k + \bar{Z}_{jk} \bar{I}_k \\ \bar{I}_j = (\bar{y}_j + \bar{y}_k + \bar{y}_j \bar{y}_k \bar{Z}_{jk}) \bar{U}_k + (1 + \bar{y}_j \bar{Z}_{jk}) \bar{I}_k \end{cases};$$

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{y}_k \bar{Z}_{jk} & \bar{Z}_{jk} \\ \bar{y}_j + \bar{y}_k + \bar{y}_j \bar{y}_k \bar{Z}_{jk} & 1 + \bar{y}_j \bar{Z}_{jk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

Es frecuente considerar que el valor de las admitancias en paralelo de una línea larga es

$$\bar{y}_j = \bar{y}_k = \frac{\bar{y}}{2}$$

como en la figura 20. Entonces resulta que

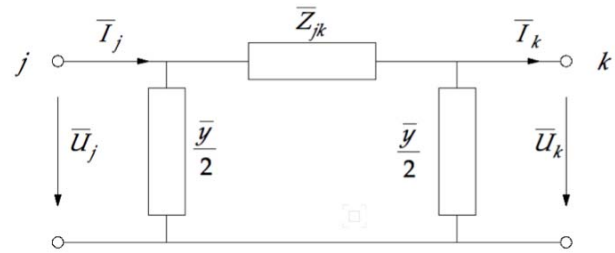


Fig. 20. Línea corta con semi-admitancias iguales.

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\bar{y}}{2} \bar{Z}_{jk} & \bar{Z}_{jk} \\ \bar{y} + \frac{\bar{y}^2}{4} \bar{Z}_{jk} & 1 + \frac{\bar{y}}{2} \bar{Z}_{jk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

El cálculo exacto de la relación entre tensiones e intensidades, esto es, el cálculo exacto de los parámetros de transmisión de una línea, requiere un análisis diferencial que puede hallarse en cualquier libro dedicado a líneas de corriente alterna. Es útil sobre todo a partir de 250 km de longitud de línea, pues hasta ese umbral los resultados que se obtienen utilizando el modelo de línea larga con impedancias colocadas en π son similares.

Según el modelo exacto, y para los sentidos de tensiones e intensidades ya habituales en esta sección, se tiene que en una línea de l kilómetros de longitud

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma} l) & \bar{Z}_C \sinh(\bar{\gamma} l) \\ \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\bar{\gamma} l) & \cosh(\bar{\gamma} l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

donde

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{jk}}{\bar{y}_{jk}}}$$

es la impedancia característica de la línea;

$$\bar{Z}_{jk} = \bar{z} l_{jk} = (R + j\omega L) l_{jk}$$

es la impedancia en serie, siendo R la resistencia de la línea en Ω/km y L su inductancia en H/km ;

$$\bar{y}_{jk} = \bar{y} l_{jk} = (G + j\omega C) l_{jk}$$

es la admitancia en paralelo, donde G es la conductancia en Ω^{-1}/km y C es la capacidad en F/km ;

$$\omega = 2\pi f$$

es la pulsación de la red, de frecuencia f , en Hz;

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{z}} \bar{y}$$

es la constante de propagación de la línea.

3.5 Condensadores en serie y reactancias en paralelo

Para modificar el desfase entre la tensión y la intensidad al final de una línea eléctrica, a menudo larga, se colocan condensadores en serie o reactancias en paralelo. De esta manera se consigue disminuir la intensidad requerida para transportar una misma potencia, lo que redunda en menos pérdidas en las líneas y en los generadores de las centrales, además de otros beneficios.

Los modelos de red de dos puertas de ambas posibilidades son los siguientes:

En el caso de los condensadores (fig. 21) el circuito es similar al del modelo de línea corta (fig. 19) por lo que los parámetros de transmisión son

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

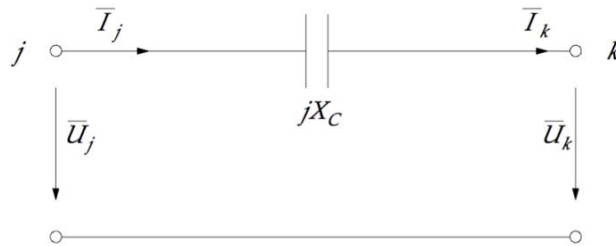


Fig. 21. Condensador en serie.

Los parámetros de transmisión de la red de dos puertas correspondiente a una reactancia en paralelo (fig. 22) se pueden obtener también por simple inspección del circuito. Ahora las tensiones de las dos puertas son iguales, y las intensidades están relacionadas a través de la susceptancia de la bobina B_L de esta forma:

$$\begin{cases} \bar{U}_j = \bar{U}_k \\ \bar{I}_j = \frac{\bar{U}_k}{jB_L} + \bar{I}_k \end{cases};$$

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{jB_L} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

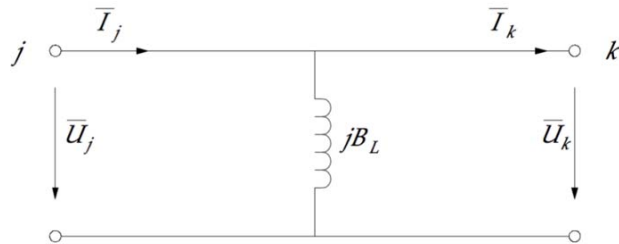


Fig. 22. Reactancia en paralelo.

3.6 Aplicación a la simplificación de redes

Mediante las matrices de transmisión de elementos simples se pueden obtener rápidamente las matrices equivalentes de sus asociaciones en cascada y, con las transformaciones a matrices de impedancias, conseguir simplificar las ramas de los sistemas de potencia.

Así, por ejemplo, una línea eléctrica larga con condensadores en serie en ambos extre-

mos (fig. 23) puede considerarse como una red de dos puertas equivalente mediante las transformaciones siguientes:

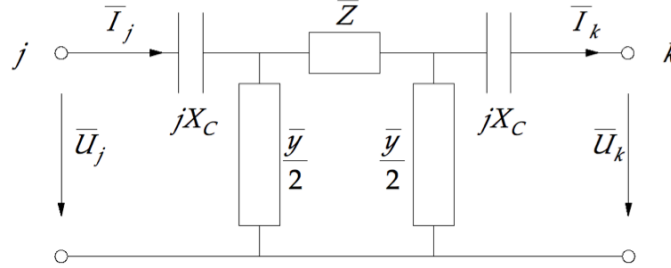


Fig. 23. Línea larga con condensadores en serie en ambos extremos.

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \frac{\bar{y}}{2} \bar{Z} & \bar{Z} \\ \bar{y} + \frac{\bar{y}^2}{4} \bar{Z} & 1 + \frac{\bar{y}}{2} \bar{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

`FullSimplify[Dot[{ {1, x}, {0, 1}},`

`{ {1 + (y/2) z, z}, {y + (y^2/4) z, 1 + (y/2) z}}, { {1, x}, {0, 1}}]]`

`{ {1 + x y + (1/4) y (2 + x y) z, (1/4) (2 + x y) (2 z + x (4 + y z))},`

`{ (1/4) y (4 + y z), 1 + x y + (1/4) y (2 + x y) z}}]`

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = 1 + \bar{X}_c \bar{y} + \frac{\bar{y}(2 + \bar{X}_c \bar{y}) \bar{Z}}{4}$$

$$\bar{B} = \frac{(2 + \bar{X}_c \bar{y})(2 \bar{Z} + \bar{X}_c (4 + \bar{y} \bar{Z}))}{4}$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{y}(4 + \bar{y} \bar{Z})}{4}$$

$$\bar{D} = 1 + \bar{X}_c \bar{y} + \frac{\bar{y}(2 + \bar{X}_c \bar{y}) \bar{Z}}{4}$$

3.7 Transformadores como redes de dos puertas

Los transformadores son multipolos que mantienen una tensión distinta entre los terminales del lado primario y los del resto de devanados, que son los del lado secundario e incluso, en algunos, terciario. Generalmente la diferencia que introducen afecta a los valores eficaces, que varían según una relación de transformación a que puede ser fija o cambiar por escalones entre unos márgenes reducidos. Pero también se utilizan transformadores que corrigen el desfase entre tensiones e intensidades de uno y otro lado,

dentro de un cierto margen, actuando también sobre un cambiador de tomas que varía el ángulo de fase de las tensiones por escalones.

Un modelo equivalente por fase de un transformador trifásico se reproduce en la fig. 24. La relación de transformación es $\bar{m}:1$, lo que significa que la tensión en el primario es $\bar{m}$ veces la tensión del secundario:

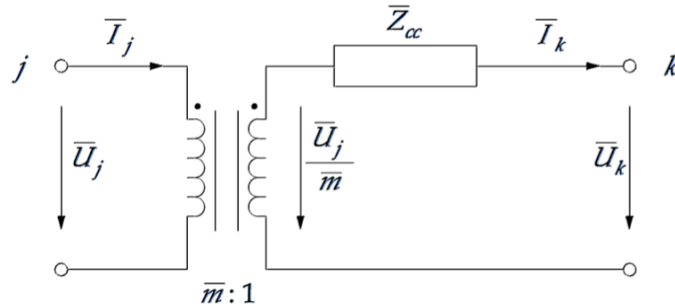


Fig. 24. Modelo equivalente por fase de un transformador.

$$\bar{m} = \frac{\bar{U}_{\text{primario}}}{\bar{U}_{\text{secundario}}}$$

En un transformador ideal sin pérdidas, la potencia absorbida por el primario es igual a la entregada por el secundario, de manera que

$$\bar{S}_j = \bar{S}_k$$

donde

$$\bar{S}_j = \bar{U}_j \bar{I}_j^* \quad \text{y} \quad \bar{S}_k = \frac{\bar{U}_j}{\bar{m}} \bar{I}_k^*$$

Esa igualdad entre potencias resulta, para las intensidades, en

$$\bar{U}_j \bar{I}_j^* = \frac{\bar{U}_j}{\bar{m}} \bar{I}_k^*; \quad \bar{I}_j = \frac{1}{\bar{m}^*} \bar{I}_k \quad (3)$$

En la malla de la derecha también se cumple que

$$\bar{U}_k = -\frac{\bar{I}_k}{\bar{y}_{cc}} + \frac{\bar{U}_j}{\bar{m}}$$

Despejando $\bar{U}_j$ se llega a

$$\bar{U}_j = \bar{m} \bar{U}_k + \frac{\bar{m}}{\bar{y}_{cc}} \bar{I}_k \quad (4)$$

Las expresiones (3) y (4) permiten obtener los parámetros de la matriz de transmisión de esta red, que es

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{m} & \frac{\bar{m}}{\bar{y}_{cc}} \\ 0 & \frac{1}{\bar{m}^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_k \\ \bar{I}_k \end{bmatrix}; \quad \bar{a} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{m} & \frac{\bar{m}}{\bar{y}_{cc}} \\ 0 & \frac{1}{\bar{m}^*} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \bar{y}_{cc} = \frac{1}{\bar{Z}_{cc}}$$

También se pueden obtener fácilmente los parámetros de la matriz de admitancias. Una opción es aplicar las equivalencias con la matriz de transmisión que hemos calculado arriba. Otra es deducirla directamente así:

Como la intensidad $\bar{I}_k$ puede expresarse en función de las tensiones del secundario y su impedancia de cortocircuito, puede ponerse que

$$\bar{I}_k = \frac{\bar{U}_j / \bar{m} - \bar{U}_k}{\bar{Z}_{cc}} = \left(\frac{\bar{U}_j}{\bar{m}} - \bar{U}_k \right) \bar{y}_{cc} = \frac{\bar{U}_j}{\bar{m}} \bar{y}_{cc} - \bar{U}_k \bar{y}_{cc}$$

donde $\frac{1}{\bar{Z}_{cc}} = \bar{y}_{cc}$, y entonces $\bar{I}_j = \frac{1}{\bar{m}} \left(\frac{\bar{U}_j}{\bar{m}} \bar{y}_{cc} - \bar{U}_k \bar{y}_{cc} \right) = \frac{\bar{U}_j}{\bar{m} \bar{m}^*} \bar{y}_{cc} - \frac{\bar{U}_k}{\bar{m}^*} \bar{y}_{cc}$

Reordenando estos resultados obtenemos para las dos intensidades que

$$\bar{I}_j = \frac{\bar{y}_{cc}}{\bar{m} \bar{m}^*} \bar{U}_j - \frac{\bar{y}_{cc}}{\bar{m}^*} \bar{U}_k$$

$$\bar{I}_k = \frac{\bar{y}_{cc}}{\bar{m}} \bar{U}_j - \bar{y}_{cc} \bar{U}_k$$

y cambiando el sentido de la del nudo k llegamos a la expresión habitual para obtener la matriz de admitancias de nudo para esta red de dos puertas:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_j \\ -\bar{I}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{m} \bar{m}^*} \bar{y}_{cc} & -\frac{1}{\bar{m}^*} \bar{y}_{cc} \\ -\frac{1}{\bar{m}} \bar{y}_{cc} & \bar{y}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_j \\ \bar{U}_k \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{jj} & \bar{Y}_{jk} \\ \bar{Y}_{kj} & \bar{Y}_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{m} \bar{m}^*} \bar{y}_{cc} & -\frac{1}{\bar{m}^*} \bar{y}_{cc} \\ -\frac{1}{\bar{m}} \bar{y}_{cc} & \bar{y}_{cc} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \bar{y}_{cc} = \frac{1}{\bar{Z}_{cc}}$$

Si el transformador solo modifica el valor eficaz de la tensión, es decir, no altera el desfase entre tensiones e intensidades (o lo hace de acuerdo con una relación siempre fija que puede ignorarse) la relación de transformación es solo un número real m , y hay una red de dos puertas equivalente, que tiene la estructura típica de una línea larga modelo en "pi", y que es la de la fig. 25.

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{jj} & \bar{Y}_{jk} \\ \bar{Y}_{kj} & \bar{Y}_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m^2} \bar{y}_{cc} & -\frac{1}{m} \bar{y}_{cc} \\ -\frac{1}{m} \bar{y}_{cc} & \bar{y}_{cc} \end{bmatrix},$$

con $\bar{y}_{cc} = \frac{1}{\bar{Z}_{cc}}$

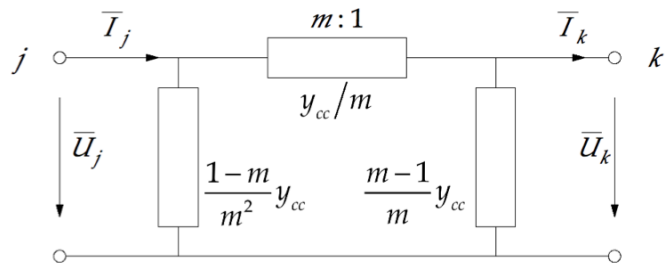


Fig. 25. Red de dos puertas equivalente a un transformador que solo modifica el valor eficaz de la tensión.

Los transformadores reguladores de tensión disponen de un mecanismo que cambia el contacto eléctrico de las bobinas del lado donde esté colocada la regulación, de manera que la bobina resultante tiene más o menos espiras activas según el escalón o *toma* en la que se sitúe el cambiador. Habitualmente las diferentes tomas se identifican con el porcentaje, respecto de la tensión nominal del devanado que corresponde al de su toma principal, de incremento o decremento de la tensión que producen respecto de la tensión en la toma principal.

Ejemplo 1:

Un transformador 220 kV / 66 kV con regulación en el secundario de $\pm 1.25\%$ en 4 escalones en cada sentido (9 tomas en total) permite obtener las siguientes tensiones en función de la toma en la que se coloque el regulador:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Regulación	95.00%	96.25%	97.50%	98.75%	100%	101.25%	102.50%	103.75%	105.00%
Tensión secundario kV	62.70	63.53	64.35	65.18	66	66.83	67.65	68.48	69.30
Relación m	3.5088	3.4632	3.4188	3.3755	3.3333	3.2922	3.2520	3.2129	3.1746

La posición central es la que suele corresponder a los valores nominales de la máquina. Así ocurre en este caso, pues en la toma 5 se obtienen los 220 000 V y 66 000 V nominales.

En la toma 3 y si la tensión del primario son 217 kV, se obtienen en el secundario

$$217 \div 3.4188 = 63.47 \text{ kV}$$

Si se desea que en esas condiciones de red haya al menos la tensión nominal en el secundario, entonces hay que pasar a la toma superior, por lo menos la 7, ya que en ella

$$217 \div 3.2520 = 66.73 \text{ kV}$$

Aunque no hay reglas exactas, lo habitual es que la regulación se coloque en aquél devanado que presente más ventajas desde el punto de vista constructivo. Para equipos cuya tensión más elevada para el material sea $U_m \leq 72.5 \text{ kV}$ se elige el arrollamiento de más tensión porque así el cambiador de tomas resulta más sencillo de hacer: se involucran intensidades más pequeñas que si se eligiera el otro lado. Pero a partir de esa tensión los problemas de aislamiento inducen a preferir los arrollamientos de menor tensión, aunque el cambiador deba tener contactos y mecanismos más robustos para hacer frente a mayores intensidades.

Ejemplo 2:

Se trata de un transformador que modifica en carga mediante un OLTC (*On-Load Tape-Changer*) la toma conectada en los arrollamientos del primario para ayudar a estabilizar la tensión de la red a través de 17 escalones de $\pm 1.00\%$ cada uno, hacia ambos lados. Las tensiones del primario, si se trata de una máquina 45 kV / 45

kV, serán entonces las siguientes:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Regulación	92%	93%	94%	95%	96%	97%	98%	99%	100%	101%	102%	103%	104%	105%	106%	107%	108%
Tensión primario kV	41.40	41.85	42.30	42.75	43.20	43.65	44.10	44.55	45.00	45.45	45.90	46.35	46.80	47.25	47.70	48.15	48.60
Relación m	0.920	0.930	0.940	0.950	0.960	0.970	0.980	0.990	1.000	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080

Si estando en la toma 12 la tensión de red en el primario fueran 45.98 kV, entonces en el secundario el transformador ofrecería

$$45.98 \div 1.030 = 44.64 \text{ kV}$$

También se puede considerar la relación de transformación inversa $1:\bar{t}$ como en la representación monofásica de la derecha, con lo que la tensión en el secundario es $\bar{t}$ veces la tensión del primario:

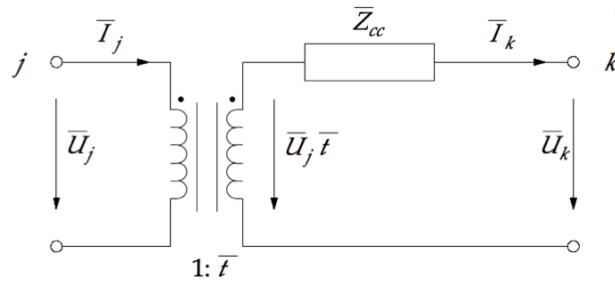


Fig. 26. Modelo equivalente por fase de un transformador, con relación de transformación $1:t$.

La red de dos puertas en "pi" y los componentes de su matriz de admitancias resultan ser ahora estos

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{jj} & \bar{Y}_{jk} \\ \bar{Y}_{kj} & \bar{Y}_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2 \bar{y}_{cc} & -t \bar{y}_{cc} \\ -t \bar{y}_{cc} & \bar{y}_{cc} \end{bmatrix},$$

con $\bar{y}_{cc} = \frac{1}{\bar{Z}_{cc}}$

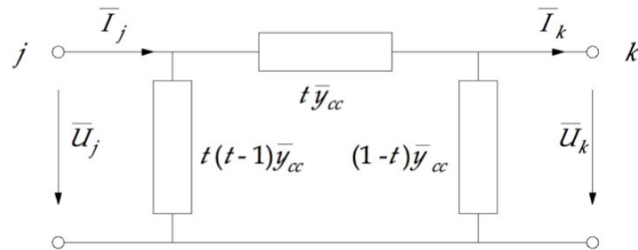


Fig. 27. Red de dos puertas equivalente al circuito de la figura anterior.

De nuevo, si el transformador no altera el desfase entre tensiones del primario y secundario sino solo sus valores eficaces, el modelo puede prescindir de los parámetros fasoriales y adoptar sólo números reales, convirtiéndose en el de la fig. 28:

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{jj} & \bar{Y}_{jk} \\ \bar{Y}_{kj} & \bar{Y}_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2 y_{cc} & -t y_{cc} \\ -t y_{cc} & y_{cc} \end{bmatrix},$$

con $y_{cc} = \frac{1}{Z_{cc}}$

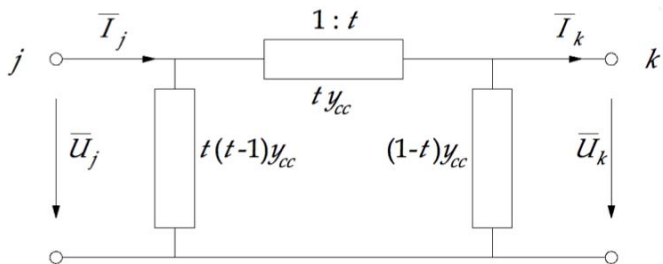


Fig. 28. Red de dos puertas equivalente a un transformador que solo modifica el valor eficaz de la tensión.

4 PROBLEMAS RESUELTOS

1. Obtener las matrices de transmisión y de admitancias de un transformador como el del ejemplo 1, para sus valores nominales, sabiendo que su $Z_{cc} = 130 \Omega$.

Solución:

Se trata de un transformador que varía el valor eficaz de las tensiones y no los desfases, de manera que la relación de transformación es un número real, el ya calculado en la tabla del ejemplo.

Así pues $m = 3.3333$ y

$$a = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & \frac{m}{y_{cc}} \\ 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad y_{cc} = \frac{1}{Z_{cc}} = \frac{1}{130} \Omega^{-1}, \text{ luego } a = \begin{bmatrix} 3.333 & 433.33 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

La matriz de admitancias es

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m^2} y_{cc} & -\frac{1}{m} y_{cc} \\ -\frac{1}{m} y_{cc} & y_{cc} \end{bmatrix}, \text{ luego } Y = \begin{bmatrix} 6.924 \times 10^{-4} & -2.308 \times 10^{-3} \\ -2.308 \times 10^{-3} & 7.692 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \Omega^{-1}$$

2. Calcular la primera posición adecuada en la que debe colocarse el DECT (*De-Energized Tap Changer*) de un transformador de 66 kV / 20 kV que tiene regulación en el primario del tipo $\pm 2.5 \pm 7.5 \pm 10\%$ para que ofrezca como máximo 20 kV en el secundario cuando la tensión de red en el primario es de 69.2 kV.

Solución:

La regulación significa que las tensiones y relaciones de transformación son las de la tabla siguiente:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Regulación	90,00%	92,50%	95,00%	97,50%	100%	102,50%	105,00%	107,50%	110,00%
Tensión primario kV	59,40	61,05	62,70	64,35	66	67,65	69,30	70,95	72,60
Relación m	2,9700	3,0525	3,1350	3,2175	3,3000	3,3825	3,4650	3,5475	3,6300

Estando la tensión de red en el primario por encima de su valor nominal, es necesario



que el transformador reduzca más la tensión que lo que nominalmente lo hace. Por tanto debemos elegir relaciones de transformación mayores que la nominal:

Toma 5 (nominal):	$69.2 \div 3.3000 = 20.97 \text{ kV}$
Toma 6:	$69.2 \div 3.3825 = 20.46 \text{ kV}$
Toma 7:	$69.2 \div 3.4650 = 19.97 \text{ kV}$

La primera toma adecuada es la toma 7.

3. Un transformador colocado en la conexión a la red de una minicentral debe elevar la tensión desde los 6.3 kV nominales del generador hasta los 66 kV nominales de la red. Dispone de un cambiador de tomas en carga OLTC (*On Load Tap Changer*) en el secundario de 9 escalones $\pm 2.5\%$ centrados a ambos lados de la toma central, a la que corresponden las tensiones nominales 66 kV / 6.3 kV. En estas condiciones, determinar:

- La posición más conveniente del cambiador automático si la tensión de la red cae a 61 kV.
- Si el generador tiene un rango de regulación del $\pm 5\%$ de su tensión nominal, en qué se convierte este rango desde la perspectiva de la red.

Solución:

Las relaciones de transformación son las de la tabla:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Regulación en secundario	90,00%	92,50%	95,00%	97,50%	100%	102,50%	105,00%	107,50%	110,00%
Tensión primario kV	66,00								
Tensión secundario kV	5,67	5,83	5,99	6,14	6,30	6,46	6,62	6,77	6,93
Relación m	11,6402	11,3256	11,0276	10,7448	10,4762	10,2207	9,9773	9,7453	9,5238

- En la toma 8 el transformador podría elevar los 6.3 kV del generador hasta

$$6.30 \times 9.7453 = 61.4 \text{ kV}$$

Dado que la red está a 61 kV el transformador podría verse obligado a bajar hasta

$$61 \div 9.7453 = 6.26 \text{ kV}$$

en caso de que no tuviera potencia suficiente para elevar la tensión de la red hasta los 61.4 kV manteniendo su tensión en el valor nominal de 6.3 kV.

- La mínima tensión en el primario del transformador se obtiene cuando el generador trabaja a su mínima tensión y el transformador la eleva lo menos posible, es decir, ofrece la relación de transformación más pequeña porque el OLTC está en la posición 9:

Mínima tensión del generador:	$6.30 \times (1 - 0.05) = 5.985 \text{ kV}$
Relación de transformación:	9.5238 (pos 9)
Mínima tensión en primario:	$5.985 \times 9.5238 = 57.0 \text{ kV}$

La máxima tensión será, por un razonamiento simétrico:

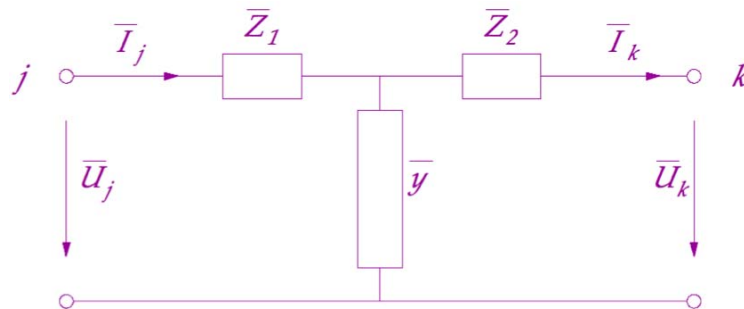
Máxima tensión del generador:	$6.30 \times (1 + 0.05) = 6.615 \text{ kV}$
Relación de transformación:	11.6402 (pos 1)
Máxima tensión en primario:	$6.615 \times 11.6402 = 77.0 \text{ kV}$

Desde la perspectiva de la red, por tanto, la central puede regular su tensión entre 77 kV y 57 kV. Teniendo en cuenta que su tensión nominal es de 66 kV, este rango se traduce en

Por exceso:	$77 - 66 = 11 \text{ kV}$ (+16.67% de la tensión nominal)
Por defecto:	$57 - 66 = -9 \text{ kV}$ (-13.64% de la tensión nominal)
Rango de regulación:	66 kV $\begin{matrix} +16.67\% \\ -13.64\% \end{matrix}$

5 PROBLEMAS PROPUESTOS

2.A. Determinar los parámetros de transmisión de la red de dos puertos adjunta. Hallar a partir de ellos los términos de la matriz de admitancias Y .



Respuestas:

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{y} \bar{Z}_1 & \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{y} \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \\ \bar{y} & 1 + \bar{y} \bar{Z}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Y}_{jj} & \bar{Y}_{jk} \\ \bar{Y}_{kj} & \bar{Y}_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 + \bar{y} \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{y} \bar{Z}_1 \bar{Z}_2} & \frac{-1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{y} \bar{Z}_1 \bar{Z}_2} \\ \frac{-1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{y} \bar{Z}_1 \bar{Z}_2} & \frac{1 + \bar{y} \bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{y} \bar{Z}_1 \bar{Z}_2} \end{bmatrix}$$

2.B. Obtener las matrices de admitancias correspondientes a las matrices de transmisión de las siguientes redes incluidas en el texto: línea corta, línea larga, condensadores en serie, inducciones en paralelo. [Nota: no todas las redes tienen matriz de admitancia].

2.C. Transformar la matriz de transmisión equivalente del circuito de la fig. 23 a matriz de admitancias de nudo mediante las equivalencias directas.



2.D. Obtener directamente la matriz de admitancias del modelo de transformador como red de dos puertas por transformación directa de la matriz de transmisión, mediante las equivalencias de la sección 3.2, p. 62, y comprobar que el resultado coincide con el deducido en la sección 3.7, pp. 67 y ss.

2.E. Suponga un transformador de regulación 132 kV / 132 kV con un cambiador de tomas en carga OLTC en el primario, de 9 escalones $\pm 0.5\%$ cada uno hacia ambos lados de la toma central, a la que corresponden las tensiones nominales. Si el regulador está en la posición 8, determinar:

- a) La relación de transformación exacta m para esa toma
- b) Si la tensión de la red en el primario fuera de 134 kV, la tensión del secundario

Respuestas: $m = 1.0150, 132.02 \text{ kV}$

2.F. Un pequeño transformador de 60 kV / 15 kV tiene un cambiador de tomas en el secundario, de 9 escalones $\pm 1.25\%$ cada uno hacia ambos lados de la toma central, a la que corresponden las tensiones nominales. Determinar:

- a) Si la tensión de la red en el primario fuera de 62 kV, la tensión del secundario para la posición 2 del cambiador
- b) En qué posición habría que colocar el cambiador para que la tensión del secundario fuera próxima a la nominal cuando la tensión del primario fuera de 60.75 kV
- c) La posición del cambiador para dar la tensión nominal del secundario si la red ofrece 55 kV en el primario

Respuestas: a) 14.92 kV b) pos 4 c) fuera del alcance del transformador

2.G. Obtener la matriz de transmisión y la matriz de impedancias de un transformador regulador de tensión que sólo varía el módulo de la tensión, siendo su relación de transformación $m = 1.05$ y su impedancia de cortocircuito de 10Ω .

Respuestas: $a = \begin{bmatrix} 1.0500 & 10.5000 \\ 0 & 0.9524 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0.0907 & -0.0952 \\ -0.0952 & 0.1000 \end{bmatrix} \Omega^{-1}$